

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

«ПЕТЕРБУРГСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ»

Межведомственный научный совет по трибологии при РАН

Российский национальный комитет по трибологии

Трибология и надёжность

TRIBOLOGY AND RELIABILITY

Сборник научных трудов
VIII Международной конференции

Collection of scientific proceedings
of the VIII International conference

Санкт-Петербург • Saint Petersburg

2008

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

«ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ»

Межведомственный научный совет по трибологии при РАН

ТРИБОЛОГИЯ И НАДЕЖНОСТЬ

Сборник научных трудов
VIII Международной конференции
(23–25 октября 2008 г.)

Под редакцией профессора К. Н. Войнова

TRIBOLOGY AND RELIABILITY

Collection of scientific proceedings
of the International conference

Edited by prof. K. N. Voynov

Санкт-Петербург 2008

19. Кирюхин С. Н., Шиманская А. О. Виброметрирование дизельного двигателя с использованием метода главных компонент 120
20. Гриценко Б. П., Круковский К. В., Гирсова Н. В., Кашин О. А. Закономерности изнашивания титановых сплавов с ультрамелкозернистой структурой в условиях демпфирования акустических колебаний, генерируемых при трении 130
21. Гриценко Б. П., Круковский К. В., Гирсова Н. В., Кашин О. А., Мионов Ю. П. Влияние ионной имплантации на закономерности изнашивания крупнозернистых и ультрамелкозернистых титановых сплавов 135
22. Войнов К. Н., Самойлова Е. В. О приборе для контроля качества смазочных материалов и о способе их постоянного подвода в зону трения ... 144
23. Дмитриев А. И., Попов В. Л. Многоуровневое описание процессов трения и износа на основе компьютерного моделирования 149
24. Савранский В. В., Невишупа Р. А., Беликов А. И. Исследование корреляции статистических параметров кинетики трибодесорбции газов и интенсивности диссипации механической энергии в высоковакуумных шарикоподшипниках 157
25. Громаковский Д. Г., Ибатуллин И. Д., Шигин С. В. Нанотехнология диффузионного молекулярного армирования (ДМА) поверхностей ... 166
26. Сладковский А. В. Задача контакта упругих полусфер с учётом микроскольжения 169
27. Рубцов В. Е., Колубаев А. В. Тепловыделение в поверхностном слое материала при трении, обусловленное пластической деформацией. Результаты моделирования 177
28. Ковалевская Ж. Г. Структурные уровни развития разрушения газотермического покрытия при фреттинг-коррозии 187
29. Курбаткин И. И., Фролов В. К. Исследование трибологических свойств подшипников скольжения и их связь с процессами массопереноса 195
30. Алеутдинова М. И., Фадин В. В. Структурные изменения поверхности трения композитов со стальной основой в условиях скользящего скольжения 206
31. Колесников В. И., Савенкова М. А., Булгаревич С. Б., Челохьян А. В., Булавина Е. А., Бойко М. В., Акимова Е. Е. Неорганические полимеры в качестве присадок к пластичным железнодорожным смазкам для тяжело нагруженных узлов трения 211
32. Уваркин П. В., Ковалевская Ж. Г., Клименов В. А., Белявская О. А., Толмачёв А. И. Ультразвуковая поверхностная обработка – метод повышения ресурса работы бандажей колёс локомотивов 223
33. Елманов И. М., Даровской Г. В., Мостовой Г. И. Методика измерений толщины смазочной плёнки в условиях чистого качения 233
34. Савченко Н. Л., Гнусов С. Ф., Кульков С. Н. Трение и износ трансформационно-упрочнённых керамических и металлокерамических композитов в условиях высокоскоростного скольжения 241

ЗАДАЧА КОНТАКТА УПРУГИХ ПОЛУСФЕР С УЧЕТОМ МИКРОСКОЛЬЖЕНИЯ

А. Сладковский

Польша, Катовице, Силезский технологический университет
Ul. Krasińskiego 8, 40-019, Katowice, Polska
aleksander.sladkowski@polsl.pl

Метод конечных элементов (МКЭ) в настоящее время является одним из наиболее эффективных численных методов решения задач механики деформируемого твердого тела. Никого сейчас не удивит решением задачи, в которой методом суперэлементов решаются задачи определения напряженного состояния целого корабля или самолета, которые содержат сотни тысяч узлов и решаются относительно быстро. При этом существуют задачи, которые решаются не столь эффективно, хотя математический аппарат для их решения давно разработан, также как и программное обеспечение. Это контактные задачи с трением и проскальзыванием. Для отличия от полного скольжения такой класс задач в англоязычной литературе был назван задачами с микроскольжением (microslip).

Наиболее просто решаются задачи, в которых граница контакта априори задана. Например, в статьях [1, 2] МКЭ с успехом был использован для исследования задачи о деформировании упругой прямоугольной области, подверженной сжатию и сдвигу жесткими плитами. При этом область контакта была известна заранее, а определялись только границы зон сцепления и проскальзывания.

Сложнее обстоит дело с задачами, для которых область контакта не задана заранее, а должна быть определена в процессе решения задачи. Большая часть контактных задач о взаимодействии железнодорожных колес и рельсов, для которых область контакта заранее неизвестна, решаются достаточно долго. В частности, в монографии [3] МКЭ использовался для изучения контактного взаимодействия колес и рельсов различной конструкции, в том числе и изношенных. Недостатком предложенного подхода было отсутствие учета микроскольжения при контактном взаимодействии, которое имеет место, как для свободного качения вагонных колес, так и в значительно большей степени для тягового качения колес локомотивов или режима торможения.

Попытка учета микроскольжения при качении упругих цилиндров была сделана в статье [4]. Задача при этом решалась в очень упрощенной постановке. Кроме того существенным фактором при решении такой задачи было использование двумерной постановки, что существенно упрощало процесс вычислений. В то время как если исследовать трехмерные контактные задачи с микроскольжением, сразу возникает много проблем, связанных с генерацией КЭ сеток.

В работах автора проблемы генерации КЭ сеток были рассмотрены для двумерных [5] и трехмерных [6] задач. В частности, проблем тестирования для задач без трения нет. В качестве основных тестовых задач использовались решения Герца и Беляева. В результате исследования различных КЭ сеток было доказано, что максимальные погрешности решения контактных задач обусловлены даже не относительно редкими КЭ сетками в контактной зоне, а несогласованностью КЭ сеток. Таким образом, был сделан вывод о необходимости обязательного согласования КЭ сеток на этапе их генерации. Разработаны методики полуавтоматической генерации КЭ сеток, которые были с успехом использованы для решения различных контактных задач. Например, в статье [7] с использованием предложенной методики согласования КЭ сеток были решены контактные задачи о взаимодействии зубьев тяговой передачи электровоза, а в статье [8] методика использована для анализа генерации тепла в контактной зоне при

трении деталей контактной пары фрикционного гасителя колебаний железнодорожных вагонов. Первая из указанных задач была задачей с заранее неизвестной границей контакта, но без трения, в то время как вторая контактная задача имела заранее заданную границу контакта, на которой реализовано условие проскальзывания во всей области.

Все контактные задачи, которые решаются с использованием МКЭ являются нелинейными. При этом не столь существенно, учитываются или нет пластические свойства материалов взаимодействующих тел. Например, в ряде задач, рассмотренных в монографии [3] эффекты, связанные с пластическим деформированием, учитывались. При этом учет нелинейности, связанной с пластичностью материала, сказывался на увеличении времени расчета в малой степени. Это было связано с тем, что наибольшая нелинейность задачи обусловлена решением контактных задач, граничные условия которых, содержащие равенства и неравенства, требуют использования приближенных алгоритмов. В большинстве КЭ расчетных схем используются энергетические подходы, связанные с минимизацией упругой энергии взаимодействующих тел при помощи итерационных алгоритмов. Этим же фактом объясняется на порядки большее время счета таких задач по сравнению с линейными упругими задачами, имеющими сопоставимое число степеней свободы.

Учет микроскольжения в контактных задачах еще более усугубляет положение с длительностью расчетов. Итерационный процесс в данном случае должен не только учесть неопределенность границы контакта, но также учесть неопределенность границы зон сцепления и проскальзывания, а также определить направление относительного скольжения взаимодействующих точек в зонах проскальзывания. Очевидно, что исходя из описанного выше, реализовать решение задач такого класса при большом количестве контактных узлов в настоящее время нереально. Следовательно, необходимо определить, сколько узлов должно находиться в контактной зоне для удовлетворительной точности решения задачи. Оценить это возможно только с использованием сравнения КЭ алгоритмов с решением тестовых задач, в которых было учтено микроскольжение.

В качестве такой тестовой задачи для анализа погрешности КЭ расчетных схем предлагается использовать решение Любкина [9] для контактной задачи об относительном верчении упругих шаров. Будем здесь употреблять термин «шар» либо «сфера», как синонимы, помня при этом, что в указанной выше работе аналогично подходу Герца рассматриваются упругие полупространства, ограниченные в приконтактной области сферическими поверхностями равного радиуса. В соответствии с принципом Сен-Венана при рассмотрении указанной задачи при помощи МКЭ полупространства были заменены упругими полусферами, механические свойства которых идентичны. На рис. 1 показана физическая модель рассматриваемой задачи. Очевидно, что по сравнению с постановкой [9] внесены необходимые изменения, которые не оказывают существенно-го влияния на решение задачи.

Итак, рассматривается контактное взаимодействие упругих полусфер радиусов $R = 0,5$ м, нижняя из которых 1 закреплена без возможности перемещения точек, находящихся на экваториальной поверхности. Экваториальная поверхность верхней полусферы 2 «склеена» с жесткой плоскостью 3, посредством которой на указанную полусферу передается сжимающее усилие $N = 2000$ Н и осуществляется поворот на заданный угол верчения β (угол изменялся в границах от 0,0001 до 0,001 рад).

Упругие свойства взаимодействующих полусфер выбраны соответствующими стальным шарам (модуль упругости $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па; коэффициент Пуассона $\nu = 0,32$; коэффициент трения скольжения $f = 0,1$). Указанные материалы, размеры и нагрузки вы-

браны таким образом, чтобы материалы взаимодействующих тел работали в упругой области и, соответственно, решение [9] было справедливым.

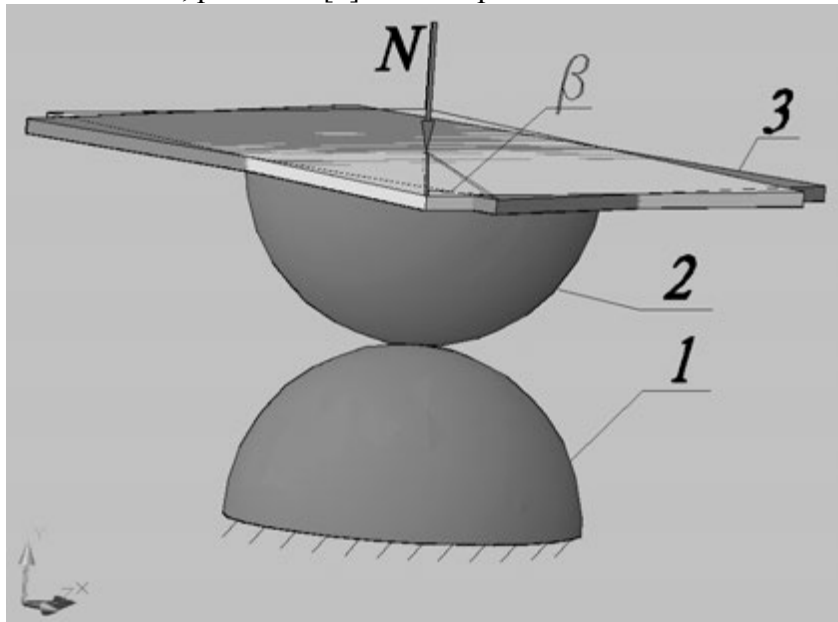


Рис. 1. Физическая модель тестовой задачи

В соответствии с решением Герца в данном случае контактная область представляет собой плоский круг радиуса

$$a = \sqrt[3]{QNR} \quad , \quad (1)$$

где упругий параметр

$$Q = \frac{3(1-\nu^2)}{4E} \quad . \quad (2)$$

В решении Любкина [9] трение не влияет на распределение нормальных напряжений, которые по Герцу записываются в форме

$$\sigma(\rho) = \frac{3N}{2\pi a^3} \sqrt{a^2 - \rho^2} \quad , \quad (3)$$

где радиус текущей точки контактной зоны ρ отсчитывается от центра контактной области. В соответствии с данным решением контактная область делится на две концентрические зоны. Внутренняя зона для $\rho \leq c$ (круговая область) является зоной сцепления, для которой распределение контактных напряжений описывается достаточно сложной математической зависимостью. В более поздней работе Дересевич [10] отметил некоторые неточности работы [9] и привел более простую запись для касательных напряжений в зоне сцепления

$$\tau(\rho) = \frac{3fN}{\pi^2 a^4} \rho \sqrt{c^2 - \rho^2} \int_0^{\pi/2} \frac{a^2 k^2 \sin^2 \alpha / (a^2 - \rho^2)}{[1 - k^2 \sin^2 \alpha / (a^2 - \rho^2)] \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \alpha}} d\alpha \quad . \quad (4)$$

В формуле (4) введено обозначение $k = \sqrt{1 - k'^2}$, а в свою очередь k' является отношением радиусов зоны сцепления c и всей области контакта a , т.е. $k' = c/a$.

Для зоны проскальзывания, которая представляет собой круговое кольцо $c \leq \rho \leq a$, распределение касательных напряжений определяется условием Кулона – Амонтона

$$\tau(\rho) = \frac{3fN}{2\pi a^3} \sqrt{a^2 - \rho^2} \quad (5)$$

Отметим, что точки окружности $\rho = c$ принадлежат как одной, так и другой зоне. Это означает, для данных точек формулы (4) и (5) должны давать одинаковые значения $\tau(\rho)$. Таким образом, проблема решения задачи Любкина состоит в нахождении границы зон сцепления и проскальзывания в зависимости от заданных угла или момента верчения. Рассмотрим первый вариант, когда задан угол верчения β , как показано выше на рис. 1. В работе [9] методика нахождения границы зон контакта не приведена. Да в принципе и не могла быть приведена, поскольку для нахождения указанной границы должно быть решено следующее интегральное уравнение

$$\frac{3a}{4\pi c} \int_0^c \int_{\arcsin \frac{s}{a}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos 2\vartheta}{\sqrt{a^2 \sin^2 \vartheta - s^2}} ds d\vartheta = \frac{Ga^2}{fN} \beta \quad (6)$$

В уравнении (6) G - модуль упругости второго рода (модуль сдвига). Очевидно, что решение такого уравнения возможно только при помощи численных методов, для чего необходимо использование современных вычислительных средств. В статьях [9, 10] расчеты были проведены обратном направлении, т.е. задавалась граница зон c и для нее при помощи уравнения (6) находилось значение угла β . Результаты расчетов были приведены в таблицах.

Современные средства расчетов позволяют решить уравнение (6). На рис. 2 приведен фрагмент листинга программы, написанной на встроенном в MathCAD языке программирования.

```

E := 2·1011   ν := 0.32   N := 2000   R := 0.5   f := 0.1   β := 0.0005
G :=  $\frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)}$    Q :=  $3 \cdot \frac{(1 - \nu^2)}{4 \cdot E}$    a :=  $\sqrt[3]{Q \cdot N \cdot R}$    Az :=  $\frac{G \cdot a^2 \cdot \beta}{f \cdot N}$ 
A(kp) :=  $\frac{3}{4 \cdot \pi \cdot kp} \int_0^{kp \cdot a} \int_{\arcsin \left(\frac{s}{a}\right)}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos(2 \cdot \theta)}{\sqrt{a^2 \cdot \sin(\theta)^2 - s^2}} d\theta ds$    al := 0.00001
                                                    ar := 0.99999
r := | i ← 0
      | while i < 20
      |   | am ←  $\frac{(al + ar)}{2}$ 
      |   | fl ← A(al) - Az
      |   | fm ← A(am) - Az
      |   | al ← | 1 ← am if fl·fm > 0
      |   |       | 1 ← al otherwise
      |   |       | 1
      |   | ar ← | r ← am if fl·fm < 0
      |   |       | r ← ar otherwise
      |   |       | r
      |   | i ← i + 1
      | am
r = 0.238   c := r·a   c = 3.566 × 10-4

```

Рис. 2. Фрагмент листинга программы MathCAD, реализующей нахождение границы зон контакта при помощи метода половинного деления

Необходимость такого подхода была обусловлена тем, что стандартные средства MathCAD, предназначенные для решения нелинейных уравнений, не могли решить его. Происходило заикливание и либо выдавалась внутренняя ошибка программы, либо программа вообще зависала. В результате было принято решение организовать нахождение корня уравнения (6) методом половинного деления с ограниченным количеством циклов.

Обратимся теперь к решению указанной задачи с использованием МКЭ. В монографии [3] были рассмотрены тестовые задачи для контакта упругих полусфер без трения. Там же были оговорены проблемы генерации согласованных КЭ сеток. Задача эта весьма непростая, поскольку от качества созданной сетки зависит точность решения задачи. Было предложено создавать сначала плоские КЭ сетки для радиального сечения полусферы с последующим «выдавливанием» конечных элементов вращая КЭ сетку вокруг вертикальной оси на заданный угол. Для создания такой плоской сетки радиальное сечение было поделено на 3 неравные части. Наименьшая часть по форме близкая к квадрату разбивалась регулярной сеткой заданной густоты. Наибольшая часть покрывалась постоянной КЭ сеткой. Средняя часть, находящаяся между ними была предназначена для объединения двух предыдущих КЭ сеток. Методика генерации КЭ сеток была осуществлена при помощи программных средств пакета FEMAP. В дальнейшем созданные КЭ сетки импортировались в пакет MSC.MARC, где задавались граничные условия, осуществлялось окончательное решение задачи и анализ полученных результатов.

Дальнейшие исследования показали, что указанный подход дает корректное и правильное решение, но не является оптимальным. В частности, для КЭ сетки наименьшей области размерности 6×6 (общее количество узлов было равно 10994) длительность решения задачи составляла 6615 с, в том числе процессорное время счета 4578 с. После усовершенствования методики удалось отказаться от генерации сетки в программе FEMAP, а все расчеты полностью проводить средствами MSC.MARC. Это позволило принципиально ускорить решение задачи. Например, для такой же густоты сетки в приконтактной области, т.е. 6×6 и несколько большим общим количеством узлов (12590), время счета составило только 93 с, в том числе процессорное время 83 с.

На рис. 3 показано характерное распределение касательных контактных напряжений $\tau(\rho)$. Как видно из приведенного распределения, контактная зона в соответствии с теорией делится на 2 зоны. Их граница показана сплошной окружностью белого цвета. Внутренняя зона сцепления имеет минимум напряжений равный нулю в начале координат. Далее уровень напряжений возрастает, достигая своего максимума равного для заданной нагрузки 29 МПа. Указанный максимум имеет место на границе зоны проскальзывания и сцепления. Далее при удалении от центра контактной области уровень напряжений снижается. На границе контактной области напряжения снова равны нулю.

Зоны сцепления и проскальзывания на приведенном рисунке видны достаточно наглядно, если проанализировать перемещения узлов, которые на рис. 3 увеличены в 400 раз. MSC.MARC позволяет выбрать необходимые контактные тела. В частности, была выбрана нижняя полусфера. Контактные узлы, находящиеся в центральной зоне, сцеплены с аналогичными узлами верхней полусферы и под воздействием ее поворота также поворачиваются на определенный угол. Вследствие упругих деформаций этот угол несколько меньше, чем угол верчения верхней жесткой плоскости. Тем не менее, перемещения указанных узлов в окружном направлении (если рассматривать локальную полярную систему координат с центром в точке $0,0,0$) являются максимальными.

Узлы в зоне проскальзывания также перемещаются в окружном направлении под воздействием касательных контактных напряжений. При этом отличие перемещений указанных узлов от перемещений узлов в зоне сцепления видно отчетливо. Вне контактной зоны узлы перемещаются также, однако чем более узел удален от зоны контакта, тем его перемещения в окружном направлении меньше.

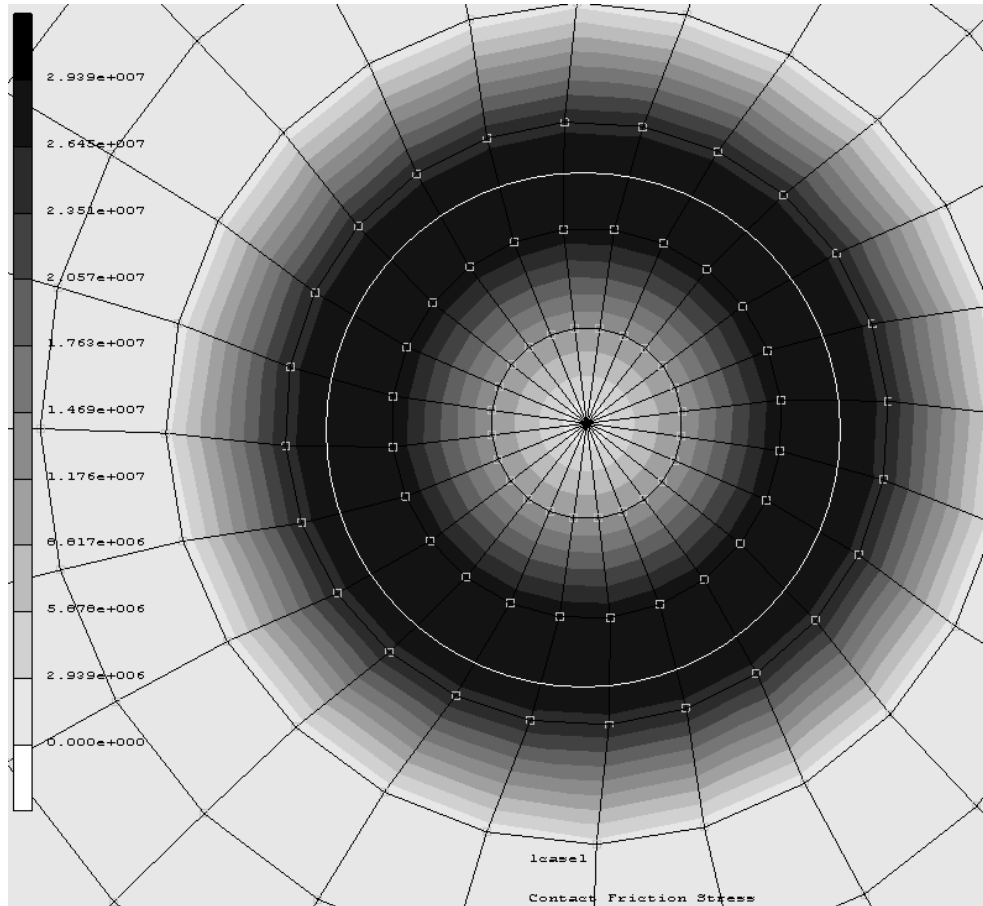


Рис. 3. Распределение касательных напряжений в зоне контакта

Подводя итог, можно сделать вывод о том, что задача о контактном взаимодействии упругих полусфер может быть достаточно эффективным средством для тестирования КЭ расчетных схем, использующихся для анализа сцепления и проскальзывания в области контакта. Проведены первые расчеты при помощи МКЭ для указанной задачи и разработаны алгоритмы генерации согласованных КЭ сеток. В дальнейшем планируется провести анализ влияния КЭ расчетных схем на точность решения контактных задач с трением.

Литература

1. Моссаковский В.И., Петров В.В., Сладковский А.В. Исследование микроскольжения при сжатии и сдвиге упругого прямоугольника жесткими плитами. - Трение и износ. - 1982.- Т.3, N4. - С.596-602.
2. Петров В.В., Сладковский А.В. Влияние коэффициента Пуассона на микроскольжение при сдвиге упругого прямоугольника. - Трение и износ. - 1989.- Т.10, N2.- С.350-353.

3. Сладковский А. Контактное взаимодействие колес и рельсов. – Луганск: Русь, 2005. – 189 с.
4. Петров В.В., Сладковский А.В. Эффект микроскольжения при качении упругих разномодульных цилиндров. - Трение и износ. - 1986. - Т.7, N1. - С.63-68.
5. Śladkowski A., Kuminek T. Influence of the FE Discretization on Accuracy of Calculation of Contact Stress in a System Wheel – Rail // Proceedings 3rd Scientific Conference of Jan Perner Transport Faculty “New Trends in Transport and Communications”. – Pardubice: University of Pardubice, 2003. – P. 13 – 18.
6. Śladkowski A. Accuracy Analysis of the Solution of Spatial Contact Problem by Means of the FEM. – Mechanika. – 2005. – №3 (53). – P. 17 – 21.
7. Śladkowski A., Śladkowski J. Badanie stanu naprężeń przekładni trakcyjnych lokomotyw. – Technika transportu szynowego. – 2005. – №7-8 (134-135). – S. 92 – 95.
8. Śladkowski A., Gubachova L. Rozwiązanie problemu termosprężystości dla współpracy kontaktowej elementów ciernego tłumika drgań. // I Kongres Mechaniki Polskiej. Materiały kongresowe. –Warszawa, 2007. – 8 s.
9. Lubkin J.L. The torsion of elastic spheres in contact. – Journal of Applied Mechanics. – 1951. – v.18, no.2. – P.183-187.
10. Deresiewicz H. Contact of elastic spheres under an oscillating torsional couple. – Journal of Applied Mechanics. – 1954. – v.21, no.1. – P.52-56.

Summary

The problem of contact of the elastic hemispheres with microslip

The problem of contact interaction of elastic hemispheres can be an effective remedy for testing of the finite element schemes used for the analysis of the adhesion and the slip in the contact zones. The calculations by means of FEM for the specified problem are carried out and the algorithms of the generation of coordinated FE meshes are developed.