



**СБОРНИК НАУЧНЫХ ТРУДОВ
НАЦИОНАЛЬНОЙ ГОРНОЙ
АКАДЕМИИ УКРАИНЫ**

№ 13
ТОМ 2

**Министерство образования и науки Украины
Национальная горная академия Украины**

**Сборник научных трудов
Национальной горной академии Украины**

**№ 13
Том 2**

Дніпропетровськ
Видавництво «Навчальна книга»
2002

ТЕСТОВАЯ МОДЕЛЬ ПРОХОЖДЕНИЯ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНЫМ КОЛЕСОМ НЕРОВНОСТИ ПУТИ

А.В. Сладковский¹⁾, И.Н. Гондарь²⁾, О.П. Сладковская²⁾

¹⁾Катовице (Польша), Силезский технический университет

²⁾Днепропетровск, Национальная металлургическая академия Украины

Использование современных вычислительных программ позволяет провести анализ динамики подвижного состава различных конструкций при его взаимодействии с путем, имеющим заданную форму неровности. В работе для максимально простой модели такого взаимодействия получено аналитическое решение, которое сравнивалось с численными результатами, полученными при помощи прикладных пакетов программ Working Model 2D, ADAMS и MathCAD 2001 Professional. Анализировались точность решения, время расчета для различного шага численного интегрирования дифференциальных уравнений.

Використання сучасних обчислювальних програм дозволяє провести аналіз динаміки рухомого складу різноманітних конструкцій, при його взаємодії з колією, що має задану форму нерівності. В роботі для максимально простої моделі такої взаємодії отримано аналітичне рішення, яке зрівнювалось з численними результатами, отриманими за допомогою прикладних пакетів програм Working Model 2D, ADAMS та MathCAD 2001 Professional. Аналізувалась точність рішення, час розрахунку для різного шага численного інтегрування диференціальних рівнянь.

Using of modern computing programs allows analyzing dynamics of rolling-stock of different constructions while interacting with railway, which has the set form of irregularity. In the work we have got the analytical solution for maximum simple model, and this solution was compared with numerical results, which were got with the help of application package of programs Working Model 2D, ADAMS & MathCAD 2001 Professional. We analyzed accuracy of solution, the time for calculation for different step of numerical integration of differential equations.

Введение

Железнодорожный транспорт, по себестоимости перевозок занимает второе место после морского транспорта, а для таких стран как Украина, железнодорожный транспорт занимает первое место по значимости, как с точки зрения экономической эффективности, так и традиционно сложившегося приоритета. По объемам перевозок и экономической эффективности альтернативы железнодорожному транспорту нет, как в Украине, так и во многих других странах. Очевидно, что совершенствование железнодорожного транспорта имеет особое значение.

Одной из наиболее важных и сложных задач, является расчет динамических нагрузок действующих в ходовой части тележки и вагона в целом. Для решения данной задачи необходимо рассматривать, в первую очередь, динамическое взаимодействие колеса и рельса. При этом следует учитывать все переменные и постоянные нагрузки, действующие на вагон. Также необходимо точно описать кинематику вагона, его ходовой части, автосцепы и т.д. Очевидно, что полученная система дифференциальных уравнений не всегда имеет аналитическое решение. Поэтому подобные задачи решаются численными методами с помощью различных пакетов прикладных программ (ППП). В связи с этим возникает проблема проверки точности полученного решения.

В данной работе был проведен сравнительный анализ точности решений, полученных с помощью ППП Working Model 2D v4.0, ADAMS v11, MathCAD2001Professional и аналитического решения, а также определялось время счета задачи про-

хождения железнодорожным колесом с подпрессоренной массой неровности пути.

1. Постановка задачи и ее аналитическое решение

Считаем, что вагон движется по абсолютно жесткому пути. Связь кузова вагона с колесом осуществляется посредством упруго-вязкого элемента. Периодическую неровность пути задаем функцией:

$$\varphi(x) = \frac{a}{2} \cdot \left(\cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot x\right) - 1 \right), \quad (1)$$

что соответствует подходу В.А. Лазаряна [1], где a - амплитуда неровности пути; λ - ее длина.

Параметры a и λ приняты из реальных замеров профилей пути на польских ж.д. ($a = 0,02$ м, $\lambda = 10,0$ м). Скорость движения вагона считаем постоянной и равной $v = 60,0$ км/ч. Тогда зависимость функции $\varphi(x)$ от времени будет иметь вид:

$$\varphi(t) = \frac{a}{2} \cdot (\cos(p \cdot t) - 1), \quad (2)$$

где $p = \frac{2 \cdot \pi \cdot v}{\lambda}$ - частота неровности пути.

Дифференциальное уравнение, которое описывает движение вагона, будет иметь вид:

$$\ddot{y}(t) + 2 \cdot r \cdot \dot{y}(t) + \omega^2 \cdot y(t) = 2 \cdot r \cdot \dot{\varphi}(t) + \omega^2 \cdot \varphi(t), \quad (3)$$

где $2 \cdot r = \frac{c}{m}$ и $\omega^2 = \frac{k}{m}$ - постоянные коэф-

фициенты,

c - коэффициент вязкостного сопротивления;

k - жесткость пружины;

m - подрессоренная масса вагона, приходящаяся на одну колесную пару;

$y(t)$ - вертикальное перемещение подрессоренной массы вагона относительно положения равновесия;

Тогда дифференциальное уравнение (3) можно представить в виде:

$$\begin{aligned} \ddot{y}(t) + 2 \cdot r \cdot \dot{y}(t) + \omega^2 \cdot y(t) = \\ = -r \cdot a \cdot p \cdot \sin(p \cdot t) + \\ + \omega^2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \cos(p \cdot t) - \omega^2 \cdot \frac{a}{2} \end{aligned} \quad (4)$$

Общее решение данного уравнения:

$$y(t) = y_{\omega}(t) + y_p(t), \quad (5)$$

где, $y_{\omega}(t)$ - общее решение однородного уравнения; $y_p(t)$ - частное решение неоднородного.

Частное решение уравнения (4) будем искать в виде:

$$y_p(t) = A \cdot \cos(p \cdot t) + B \cdot \sin(p \cdot t) + C, \quad (6)$$

где, A , B и C - неизвестные постоянные.

Подставим в дифференциальное уравнение (4) частное решение (6):

$$\begin{aligned} -A \cdot p^2 \cdot \cos(p \cdot t) - B \cdot p^2 \cdot \sin(p \cdot t) - \\ - 2 \cdot r \cdot A \cdot p \cdot \sin(p \cdot t) + \\ + 2 \cdot r \cdot B \cdot p \cdot \cos(p \cdot t) + \\ + \omega^2 \cdot A \cdot \cos(p \cdot t) + \\ + \omega^2 \cdot B \cdot \sin(p \cdot t) + \omega^2 \cdot C = \\ = -r \cdot a \cdot p \cdot \sin(p \cdot t) + \\ + \omega^2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \cos(p \cdot t) - \omega^2 \cdot \frac{a}{2} \end{aligned} \quad (7)$$

Приравнявая соответствующие коэффициенты и свободные члены в левой и правой части, получаем:

$$\omega^2 \cdot C = -\omega^2 \cdot \frac{a}{2}. \quad (8)$$

Откуда определяем C :

$$C = -\frac{a}{2}, \quad (9)$$

$$\begin{cases} A \cdot (\omega^2 - p^2) + 2 \cdot r \cdot p \cdot B = \omega^2 \cdot \frac{a}{2} \\ B \cdot (\omega^2 - p^2) - 2 \cdot r \cdot p \cdot A = -r \cdot p \cdot a \end{cases}, \quad (10)$$

$$\text{Откуда } B = \frac{2 \cdot r \cdot p \cdot A - r \cdot p \cdot a}{\omega^2 - p^2}, \quad (11)$$

$$A = \frac{\omega^2 \cdot (\omega^2 - p^2) \cdot \frac{a}{2} + 2 \cdot r^2 \cdot p^2 \cdot a}{(\omega^2 - p^2)^2 + 4 \cdot r^2 \cdot p^2}, \quad (12)$$

Общее решение однородного уравнения, соответствующего уравнению (4), при $r \neq 0$ и $r < \omega$ имеет вид:

$$y_{\omega}(t) = e^{-r \cdot t} \cdot c_1 \cdot \cos(t \cdot \sqrt{\omega^2 - r^2}) + e^{-r \cdot t} \cdot c_2 \cdot \sin(t \cdot \sqrt{\omega^2 - r^2}), \quad (13)$$

Следовательно, общее решение уравнения (4) будет иметь вид:

$$\begin{aligned} y(t) = e^{-r \cdot t} \cdot c_1 \cdot \cos(t \cdot \sqrt{\omega^2 - r^2}) + \\ + e^{-r \cdot t} \cdot c_2 \cdot \sin(t \cdot \sqrt{\omega^2 - r^2}) + \\ + A \cdot \cos(p \cdot t) + B \cdot \sin(p \cdot t) - \frac{a}{2} \end{aligned} \quad (14)$$

Используя начальные условия Коши, определяем произвольные постоянные

$$c_1 = y(0) - A + \frac{a}{2}, \quad (15)$$

$$c_2 = \frac{\dot{y}(0) - B \cdot p + r \cdot c_1}{\sqrt{\omega^2 - r^2}}, \quad (16)$$

В соответствии с полученным решением была составлена программа на алгоритмическом языке программирования Microsoft QuickBasic, с помощью которой были построены графики зависимостей перемещений и ускорений подрессоренной массы, а также силы упругости от времени на протяжении 3-х секунд (рис. 1).

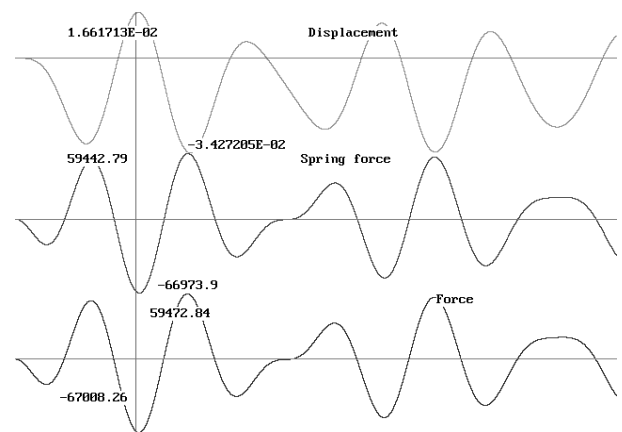


Рис. 1. Графики зависимостей перемещений и ускорений подрессоренной массы, а также силы упругости от времени (аналитическое решение).

2. Решение задачи с помощью ППП Working Model 2D V4.0, ADAMS V11.0 и MathCAD 2001 Professional

С помощью данных пакетов программ были получены численные решения и определено время счета для различных шагов численного интегрирования дифференциальных уравнений для 3-х секунд движения (таблицы 1, 2).

Для моделирования данной задачи в ППП Working Model 2D V4.0 использовался механизм, показанный на рисунке 2. Движение системы начинается из положения равновесия. С помощью данного ППП были получены графики зависимостей перемещений и ускорений от времени. Приведен пример для шага интегрирования 0,003 (рис. 2).

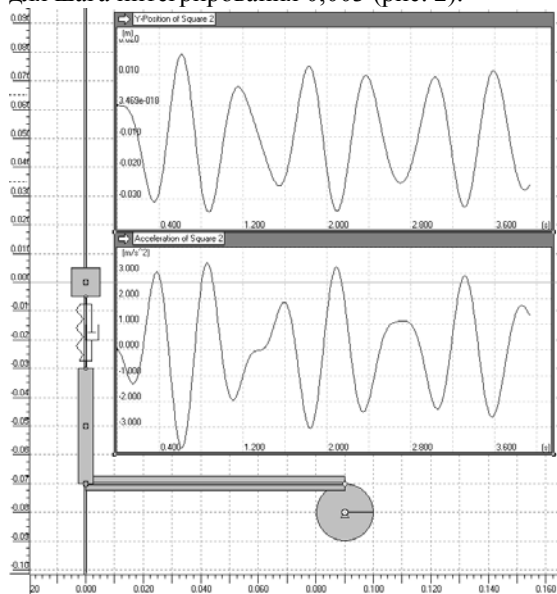


Рис. 2. Модель и графики зависимостей перемещений и ускорений от времени в ППП Working Model 2D V4.0

В ППП ADAMS v11.0 использовалась модель, состоящая из груза (поддрессоренная масса), соединенного с колесом вязко-упругим элементом (рис. 3). Центр колеса и связанная с ним поддрессоренная масса совершают вынужденные вертикальные колебания, вызванные неровностью пути, заданной функцией (2). Получены графики зависимостей перемещений и ускорений от времени. Пример для шага интегрирования 0,003 секунды приведен на рис. 3.

В ППП MathCAD 2001 Professional решение дифференциального уравнения (4) было получено с помощью численного алгоритма, реализуемого использованием специальной функции Odesolve. Получены графики зависимостей перемещений и ускорений от времени. Приведен пример для шага интегрирования 0,003 секунды (рис. 4). Как видно из сравнения графиков перемещений и ускорений, полученных различными методами, качественная картина процесса остается той же самой. Количественный анализ полученных результатов приведен в таблицах 1 и 2.

Сравнительный анализ решений, полученных с применением ППП Working Model 2D V4.0, ADAMS V11.0 и MathCAD 2001 Professional, а также аналитического решения показал зависимость точности решения и времени счета задачи от шага численного интегрирования. С уменьшением шага интегрирования от 0,03 секунд до 0,006 секунд возрастают точность решения и время счета. Дальнейшее уменьшение шага интегрирования до 0,003 секунд, и далее до 0,001 практически не влияют на точность решения, но существенно увеличивают

время счета в ППП ADAMS V11.0 и Working Model 2D V4.0 (таблицы 1, 2). На времени счета в ППП MathCAD2001 Professional влияние шага интегрирования существенно не сказывается. Следует отметить, что сравнение значений исследуемых величин проводилось в точках локальных максимумов и минимумов соответствующих графиков. Использовался процессор Intel Pentium 4 1,8 ГГц, 512 Мб оперативной памяти.

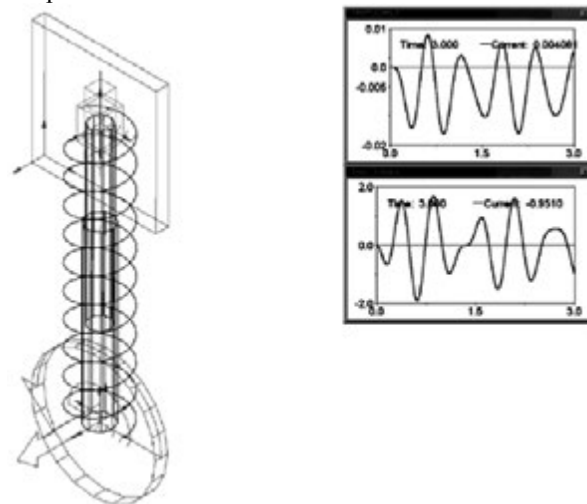


Рис. 3. Модель и графики зависимостей перемещений и ускорений от времени в ППП ADAMS v11.0

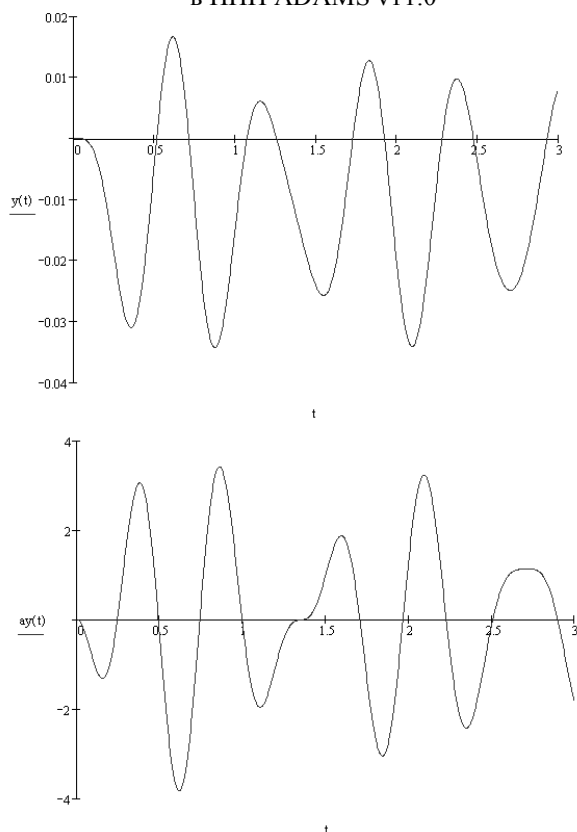


Рис.4. Графики зависимостей перемещений и ускорений от времени, полученные при помощи пакета программ MathCAD 2001 Professional

По результатам проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

- при проведении исследований динамики подвижного состава всегда должен проводиться пред-

варительный анализ точности расчетных схем и, прежде всего, требуемого для достижения заданной точности шага интегрирования. Подбирая соответствующие шаги интегрирования можно добиться необходимой точности расчета в представленных ППП;

Таблица 1

Результаты расчетов перемещений

Время (с)	Аналитическое решение	Решение MathCAD	Погрешность (%)	Решение Working Model	Погрешность (%)	Решение ADAMS	Погрешность (%)
Анализ перемещений (м)			Шаг интегрирования по времени			0,03	
0,360	-0,0310	-0,0310	0,0	-0,0310	0,0	-0,0312	0,8
0,630	0,0161	0,0160	0,5	0,0160	0,5	0,0175	8,8
0,870	-0,0343	-0,0340	0,7	-0,0340	0,7	-0,0365	6,7
1,140	0,0058	0,0060	2,3	0,0060	2,7	0,0077	32,6
1,560	-0,0257	-0,0260	1,3	-0,0260	1,3	-0,0235	8,6
1,830	0,0127	0,0130	2,2	0,0130	2,2	0,0138	8,4
2,100	-0,0340	-0,0340	0,1	-0,0340	0,1	-0,0383	12,6
2,370	0,0097	0,0096	0,4	0,0100	3,6	0,0142	47,0
Общее время счета			>1 с			>1 с	
						8 с	
			Шаг интегрирования по времени			0,006	
0,354	-0,0310	-0,0310	0,2	-0,0310	0,2	-0,0310	0,1
0,612	0,0166	0,0170	2,3	0,0170	2,3	0,0167	0,2
0,876	-0,0343	-0,0340	0,8	-0,0340	0,8	-0,0345	0,6
1,152	0,0060	0,0061	1,2	0,0060	0,1	0,0063	5,9
1,542	-0,0258	-0,0260	0,7	-0,0260	0,7	-0,0255	1,2
1,830	0,0127	0,0130	2,2	0,0130	2,2	0,0125	1,6
2,094	-0,0341	-0,0340	0,2	-0,0340	0,2	-0,0342	0,4
2,370	0,0097	0,0098	1,1	0,0100	3,6	0,0101	4,9
Общее время счета			2 с			4 с	
						32 с	
			Шаг интегрирования по времени			0,003	
0,354	-0,0310	-0,0310	0,2	-0,0310	0,2	-0,0310	0,0
0,612	0,0166	0,0170	2,3	0,0170	2,3	0,0166	0,1
0,873	-0,0343	-0,0340	0,8	-0,0340	0,8	-0,0343	0,2
1,152	0,0060	0,0061	1,2	0,0060	0,1	0,0061	1,5
1,545	-0,0258	-0,0260	0,6	-0,0260	0,6	-0,0258	0,3
1,827	0,0127	0,0130	2,1	0,0130	2,1	0,0127	0,4
2,094	-0,0341	-0,0340	0,2	-0,0340	0,2	-0,0341	0,1
2,370	0,0097	0,0098	1,1	0,0100	3,6	0,0098	1,3
Общее время счета			3 с			8 с	
						1 м 28 с	

- наиболее предпочтительным вариантом решения задачи динамики транспортных машин и механизмов было бы составление механической и адекватной математической модели (систем дифференциальных уравнений) с последующим их аналитическим, по мере возможности, решением. При этом окончательные функциональные зависимости могли бы быть построены при помощи достаточно простых вычислительных программ или при помощи математических пакетов типа MathCAD;

- с учетом того, что аналитическое решение дифференциальных уравнений возможно только для достаточно простых задач, таких как рассмотрена в статье, возможно решение систем средней сложности с использованием пакета MathCAD 2001 Professional численно;

- использование специализированных пакетов, предназначенных для анализа динамики твердых тел, позволяет визуализировать процесс численного решения задачи, что уменьшает вероятность чисто технических ошибок при расчетах. ППП Working Model 2D V4.0 анализирует только двухмерные модели, достаточно быстро проводит анализ, имеет простой и удобный интерфейс, но его использование ограничено возможностями программы. Поэтому данный пакет может быть с успехом использован для наиболее простых расчетных схем. С этой позиции он не оценим с учебно-методической точки зрения;

Таблица 2

Результаты расчетов ускорений

Время (с)	Аналитическое решение	Решение MathCAD	Погрешность (%)	Решение Working Model	Погрешность (%)	Решение ADAMS	Погрешность (%)
Анализ ускорений (м/с ²)			Шаг интегрирования по времени			0,03	
0,15	-1,319399	-1,3039	1,2	-1,32	0,0	-1,303	1,2
0,39	3,008232	3,05	1,4	3,011	0,1	3,1254	3,9
0,63	-3,765537	-3,818	1,4	-3,767	0,0	-4,0929	8,7
0,87	3,36078	3,414	1,6	3,358	0,1	3,8804	15,5
1,08	-1,862542	-1,907	2,4	-1,861	0,1	-2,5124	34,9
1,62	1,758833	1,761	0,1	1,762	0,2	1,9493	10,8
1,86	-2,957873	-2,983	0,8	-2,956	0,1	-3,5817	21,1
2,1	3,198474	3,243	1,4	3,194	0,1	4,1887	31,0
2,34	-2,406331	-2,461	2,3	-2,404	0,1	-3,5774	48,7
2,58	0,8580762	0,909	5,9	0,86	0,2	1,9461	126,8
Общее время счета			>1 с			>1 с	
						8 с	
			Шаг интегрирования по времени			0,006	
0,15	-1,319399	-1,32	0,0	-1,32	0,2	-1,3173	0,2
0,378	3,050812	3,054	0,1	3,054	0,3	3,0503	0,0
0,612	-3,82456	-3,831	0,2	-3,832	0,9	-3,8349	0,3
0,858	3,398437	3,409	0,3	3,41	0,3	3,4363	1,1
1,104	-1,946751	-1,961	0,7	-1,964	0,9	-2,0128	3,4
1,59	1,878191	1,868	0,5	1,865	0,7	1,8074	3,8
1,836	-3,047763	-3,047	0,0	-3,045	0,1	-3,0112	1,2
2,094	3,219132	3,228	0,3	3,229	0,3	3,2524	1,0
2,346	-2,410373	-2,43	0,8	-2,434	1,0	-2,5001	3,7
2,718	1,136742	1,134	0,2	1,134	0,2	1,125	1,0
Общее время счета			2 с			4 с	
						32 с	
			Шаг интегрирования по времени			0,003	
0,153	-1,321884	-1,323	0,1	-1,323	0,1	-1,3214	0,0
0,378	3,050812	3,054	0,1	3,054	0,1	3,051	0,0
0,615	-3,828854	-3,835	0,2	-3,835	0,2	-3,8327	0,1
0,858	3,398437	3,409	0,3	3,409	0,3	3,4091	0,3
1,104	-1,946751	-1,961	0,7	-1,962	0,8	-1,9646	0,9
1,593	1,878596	1,868	0,6	1,867	0,6	1,8612	0,9
1,839	-3,051408	-3,05	0,0	-3,05	0,0	-3,0443	0,2
2,091	3,222936	3,232	0,3	3,232	0,3	3,2322	0,3
2,346	-2,410373	-2,43	0,8	-2,43	0,8	-2,435	1,0
2,718	1,136742	1,134	0,2	1,134	0,2	1,1317	0,4
Общее время счета			3 с			8 с	
						1 м 28 с	

- ППП ADAMS v11.0 позволяет анализировать трехмерные модели, имеет большой набор функций, позволяет анализировать достаточно сложные механические модели и может быть использован для исследования динамики реальных конструкций подвижного состава. Имеет свой достаточно удобный трехмерный графический интерфейс. Однако все это требует значительные системные и технические ресурсы. Поэтому данный пакет может использоваться только на достаточно мощных ЭВМ.

Библиографический список

1. Лазарян В.А. Устойчивость движения и колебания. – М.: Транспорт, 1964.
2. Лазарян В.А. Нагруженность, прочность, устойчивость движения механических систем. Сборник научных трудов. – Киев: Наук. думка, 1980.
3. Вериго М.Ф., Коган А.Я. Взаимодействие пути и подвижного состава. – М.: Транспорт, 1986.
4. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления. – М.: Наука, 1966.

Рекомендовано до публікації д.т.н. С.Е. Блохіним 15.02.2001 р.

© Сладковский А.В., Гондарь И.Н., Сладковская О.П.

22	Литвинский Г.Г. Проходческий комбайн "MIR"	94
23	Сургай Н.С., Кулиш В.А., Карпенко А.В. Энергосберегающий подход к использованию высокопроизводительного оборудования непрерывного действия на открытых горных работах	97
24	Верескун В.Д., Балон Л.В., Верескун Е.В. Оптимизация режимов управления тормозами карьерного поезда при совместном использовании различных тормозных систем	102
25	Риполь-Сарагоси Т.Л. Технология механической осушки сжатого воздуха – как средство обеспечения безопасности движения подвижного состава	108
26	Балон Л.В., Яницков И.А. Регулирование скорости наполнения тормозных цилиндров локомотивов	112
27	Дидык Р.П., Кравченко Ю.Г., Мелешик В.А. Силы и температура резания при точении композитами износостойких чугунов	114
28	Ільїна І.С. Моделювання параметричних коливань підйомної посудини шахтної врівноваженої установки при взаємодії з жорстким армуванням під час аварійного гальмування	118
29	Сладковский А.В., Гондарь И.Н., Сладковская О.П. Тестовая модель прохождения железнодорожным колесом неровности пути	122
30	Сладковский А.В., Ситаж М., Сладковская О.П. Анализ температурных напряжений в железнодорожных колесах промышленного транспорта	127
31	Сладковский А.В., Хмиленко В.С., Рубан В.Н. Восстановление профиля рабочей поверхности колесных пар машин рельсового транспорта металлургических предприятий и ГОКов	132
32	Зиборов К.А. Разработка энергоресурсосберегающего привода транспортного средства	137
33	Чермалых В.М., Чермалых А.В., Данилин А.В. Построение системы фазизуправления для уменьшения динамических нагрузок в сложных электромеханических установках	140
34	Калашников О.Ю., Дзержинский В.А. Формирование технической политики АО «НКМЗ» в области производства горного оборудования	146
35	Крыськов О.Д. Структура технологической операции изготовления детали резанием с технологическим переходом "фрикционное формообразование"	153
36	Алімов В.І., Єгоров М.Т., Штихно А.П. Удосконалення деформаційно-термічного зміцнення швидкорізальних сталей	157
37	Гутько Ю.И. Энергоносители для паровоздушных молотов	161
38	Драгобський В.В. Определение технологических параметров получения штамповочных изделий при штамповке и сварке изрывом	164
39	Зеленцов Д.Г. Новые конечные элементы переменной жесткости для расчета конструкций, подверженных коррозионному износу	169
40	Ільчук О.І. Дослідження вуглецевих сталей з використанням мультифрактального формалізму	174
41	Кассов В.Д. Повышение надежности сварных узлов горношахтного оборудования	177