## Стендовые доклады

- Определение несущей способности цилиндрического бака с большой вмятиной с использованием комплекса MSC. Marc.
- Расчетно-экспериментальные исследования НДС тонкостенной конструкции.
- Применение метода конечных элементов для расчета деталей тракторов.
- Совершенствование конечноэлементного моделирования и расчета котла и рамы железнодорожной цистерны с использованием программных комплексов MSC.
- Применение MSC.Nastran в методике доводки подвески двигателя по шуму.
- Моделирование процесса объемной штамповки шатуна автомобильного двигателя ВАЗ с использованием системы MSC.SuperForge
- Моделирование процесса упругой сборки панелей крыла самолета в системе MSC.Nastran.
- Изучение вопросов сейсмического макрорайонирования с использованием компьютерных моделей МКЭ комплекса MSC.Nastran.
- Исследование и экспертная оценка характеристик зданий с применением конечноэлементных моделей комплекса MSC.Nastran.
- Исследование напряженного состояния зубъев крупногабаритных передач при помощи пакета прикладных программ MSC.Nastran.
- Расчет комбинации результирующих усилий в системе MSC.Nastran – MSC.Patran.
- Решение задач, связанных с изгибными колебаниями роторов турбогенераторов, с помощью MSC.Nastran.
- 13. Расчет вращающихся тел с учетом напряжений от посадок.
- Особенности учета релаксации напряжений при 3D моделировании НДС плазменных покрытий с помощью программного комплекса MSC. Marc
- 15. Применение программного комплекса UAI/NASTRAN для решения задач механики и теплообмена крупногабаритных космических конструкций на кафедре «Космические аппараты и ракеты-носители» МГТУ им. Н.Э.Баумана.
- Оценка ресурса опорной конструкции изделия с использованием системы MSC.Nastran for Windows.
- Интеграция панельного метода высокого порядка в последовательность решения статической аэроупругости системы MSC.Nastran.
- Повышение эффективности научных исследований путем применения систем MSC.
- Функционирование инженерно-образовательного центра по обслуживанию CAD/CAM/CAE-задач промышленности. Проект CADEM.

Тимофеев А.П., ГКНПЦ им. М.В. Хруничева, г. Москва.

Лебедев И.М., Казанский авиационный институт, Файзуллин А.М., КВЗ, г. Казань

Герасимова Т.Г., ПО МТЗ, г. Минск

Овечников М.Н., Московский ГУ путей сообщения (МИИТ), г. Москва.

Фролов В.В., Казаринов А.В., Бурцев И.В., АО «АвтоВАЗ», г. Тольятти.

Сахарчук А.А., Кожин В.В., МТП АО АвтоВАЗ, г. Тольятти, Солдаткин А.Н., представительство MSC.Software, г. Москва

Нагаев И.В., Иркутский ГТУ, г. Иркутск

Данилов А.Г., Никифоров С.П., Иркутский ГТУ, г. Иркутск

Сергиенко Л.Е., Житов В.Г., Унагаев Е.И., Высотский А.В., Пыхалов А.А., Иркутский ГТУ, г. Иркутск

Сладковский А.В., Национальная металлургическая академия Украины, Виноградов Б.В., Украинский государственный химикотехнологический университет, г. Днепропетровск

Костров Г.Д., «Атомэнергопроект», г. С.-Петербург

Рыжик Б.В., АО «Электросила», г. С.-Петербург

Герасимов В.Е., Загородная Г.А., Иванов А.П., Колесник А.Г., ОАО «Энергомаш», г. С.-Петербург

Кундас С.П., Гуревич В.А., Кашко Т.А., Литвинов А.В., Белорусский ГУ информатики и радиоэлектроники, г. Минск

Усюкин В.И., Виноградов И.С., Архипов М.Ю., МГТУ им. Баумана, г. Москва

Рудый В.И., Михайлов В.И., Сергиевский С.А., ЦНИИ «Буревестник», г. Нижний Новгород Стебунов В.А., Чучкалов И.Б.,

АООТ «ОКБ Сухого», г. Москва

Петрунев В.А., г. Москва

Титов М.А., г. Москва

## Исследование напряженного состояния зубьев крупногабаритных передач при помощи ППП MSC/NASTRAN

## *А.В. Сладковский*, Национальная металлургическая академия Украины *Б.В. Виноградов*, Украинский государственный химико-технологический университет (Днепропетровск)

В промышленности широкое распространение находят крупногабаритные и крупномодульные зубчатые передачи. Например, барабанные мельницы, предназначенные для измельчения различных руд, угля и другого сырья, оборудуются открытыми зубчатыми передачами, модуль зубьев которых равен m = 20...34 мм, ширина зубчатого венца b = 600...1000 мм, а его диаметр достигает 12 м. Зубчатый венец барабанных мельниц устанавливается непосредственно на цапфе или на барабане мельницы, что обусловливает значительные торцевые и радиальные биения. В виду того, что открытые зубчатые передачи барабанных мельниц являются регулируемыми, неизбежны неточности монтажа. Перечисленные факторы приводят к значительные исследования показывают, что в открытых передачах рудоразмольных мельниц имеет место не полный контакт зубьев по длине контактных линий.

Проведенный анализ показывает, что условия нагружения крупногабаритных и крупномодульных зубчатых передач таковы, что их расчет должен существенно отличаться от расчета передач общего машиностроения, напряженное состояние которых изучено достаточно подробно и расчет которых стандартизован [1].

Согласно указанному стандарту зуб рассчитывается на изгиб как консольная балка переменного сечения. В качестве примера рассмотрим расчет на изгиб зубьев прямозубых колес зубчатой пары имеющей следующие характеристики. Модуль m = 25 мм, количество зубьев шестерни и колеса  $z_1 = 25$ ,  $z_2 = 252$ , соответственно, ширина зубчатого венца b = 800 мм. Зубчатая пара предназначена для передачи вращения с мощностью N = 2000 кВт, частота вращения быстроходного вала  $n_1 = 150$  мин<sup>-1</sup>. Тогда момент на быстроходном валу будет равен

$$T_1 = 30 \frac{N}{\pi n_1} . (1)$$

В соответствии со стандартом [1] при расчете зуба на изгиб необходимо определять напряжение на изгиб  $\sigma_F$  в опасном сечении на переходной поверхности по следующей формуле

$$\sigma_F = \frac{F_t}{bm_n} K_F Y_{FS} Y_\beta Y_\varepsilon \quad , \tag{2}$$

где нормальный модуль  $m_n$  для прямозубых колес равен m; коэффициент, учитывающий влияние наклона зуба  $Y_\beta$  для прямозубых колес (угол наклона зубьев  $\beta = 0$ ) равен 1.

Остальные параметры необходимо рассматривать особо. Это обусловлено тем, что в стандарте существует две расчетные методики нахождения напряжений  $\sigma_F$ : обычная, когда сила в зацеплении считается приложенной в точках, находящихся на делительном цилиндре, тогда  $F_t$  - соответствующая окружная сила, которая определяется по формуле

$$F_t = \frac{2T_1}{d_1} \qquad , \tag{3}$$

где диаметр делительного цилиндра шестерни равен  $d_1 = mz_1$ .

Коэффициент  $Y_{\varepsilon}$ , учитывающий влияние перекрытие зубьев, равен 1, так как при указанном контакте прямых зубьев в зацеплении находится только 1 пара зубьев.

Коэффициент  $Y_{FS}$  (формы зуба) учитывает влияние формы зуба на концентрацию напряжений и определяется по соответствующей номограмме [1]. В частности, при стандартных коэффициенте высоты головки зуба  $h_{a1}^* = 1$ , коэффициенте радиального зазора  $c^* = 0,25$ , для зубьев нарезанных без смещения рейки x = 0, коэффициент формы зуба шестерни ( $z_1 = 25$ ) равен 3,9.

Остается неопределенным коэффициент нагрузки  $K_F$ , который равен

$$K_F = K_A K_{F\nu} K_{F\beta} K_{F\alpha} \quad , \tag{4}$$

где  $K_A$ , коэффициент, учитывающий внешнюю динамическую нагрузку, неучтенную в циклограмме нагружения, можно считать равным 1;  $K_{F\alpha}$ , коэффициент, учитывающий распределение нагрузки между зубьями, при однопарном контакте равен 1.

Коэффициент  $K_{Fv}$ , который учитывает динамическую нагрузку, возникающую в зацеплении, может быть определен по формуле

$$K_{Fv} = 1 + \frac{W_{Fv}b}{F_t K_A} \qquad (5)$$

Формула (5) применима, так как условие  $\frac{VZ_1}{1000} < 1$ , которое используется для прямозубых

передач выполняется. Здесь V - окружная скорость точек на делительном цилиндре.

В формуле (5)  $W_{Fv}$  - удельная окружная динамическая сила, которая определяется по формуле

$$W_{FV} = \delta_F g_0 V \sqrt{\frac{a_w}{u}} \quad , \tag{6}$$

где  $\delta_F$ , коэффициент, учитывающий влияние вида зубчатой передачи и модификации профиля зубьев, для прямозубых передач без модификации головки равен 0,16;  $g_0$ , коэффициент учитывающий влияние разности шагов зацепления зубьев шестерни и колеса, при модуле m=25 и 9 степени точности равен 10;  $a_w$  - межосевое расстояние; u - передаточное число. С учетом указанных выше параметров, коэффициент  $K_{Fv}$  равен 1,286.

Коэффициент  $K_{F\beta}$  предназначен для учета неравномерности распределения нагрузки по длине контактной линии. Если зубья выполнены идеально, перекосы отсутствуют, данный коэффициент равен 1. Формулы для учета этого коэффициента для реальных зубчатых передач общего машиностроения [1] дают небольшое отклонение от 1, т.е. в общем машиностроении допускается лишь относительно небольшая неравномерность распределения нагрузки по длине контактной линии. Для рассматриваемых колес указанный коэффициент может трактоваться как

$$K_{F\beta} = \frac{q_{\text{max}}}{q_{cp}} , \qquad (7)$$

где  $q_{cp}$  - средняя (погонная) контактная нагрузка в рассматриваемой паре зубьев, а  $q_{\max}$  - максимальная нагрузка. Средняя нагрузка определяется как суммарное усилие, передаваемое в паре зубьев отнесенная к длине контактной линии. Для прямых зубьев последняя равна их ширине b за вычетом суммарной длины фасок, если таковые имеют место.

Сначала рассмотрим «идеальное» нагружение зубьев, т.е. коэффициент неравномерности  $K_{F\beta} = 1$ . Определенное при помощи формулы (2) и всех описанных коэффици-

ентов напряжение изгиба  $\sigma_F$  в опасной зоне переходной кривой равно 102,2 МПа.

В том же стандарте предлагается проводить уточненный расчет зубьев с учетом того, что в действительности максимальные напряжения в зубе возникают не тогда, когда контактная сила приложена на делительной окружности. Здесь возможны два случая. Первый случай, когда сила, действующая в зацеплении, прикладывается к вершине зуба. Так как при этом вследствие перекрытия происходит двухпарный контакт, то предлагается учитывать половинную силу  $F_t$ . Второй случай, когда зуб находится в крайнем положении, при котором еще сохраняется однопарный контакт. Соответствующая точка приложения усилия называется верхней граничной точкой. В этом случае по стандарту в данной точке должна прикладываться полная сила  $F_t$ . Для окончательного расчета выбирается тот, для которого из рассматриваемых величин  $A_1 = 0.5 Y_{FSa} F_t K_{F\alpha a}$  (случай 1) и  $A_2 = Y_{FSu} F_t$  (случай 2) значение больше.

Коэффициент формы зуба при приложении нагрузки к вершине зуба (случай 1)  $Y_{FSa}$  равен  $Y_{FS} = 3,9$ , а соответствующий коэффициент при приложении нагрузки к верхней граничной точке (случай 2)  $Y_{FSu}$  определяется по соответствующей номограмме и равен 2,84. Коэффициент  $K_{F\alpha a}$ , учитывающий распределение нагрузки между зубьями для случая 1, в первом приближении принимается равным 0,932 (т.е. считается, что отклонение шага зацепления от номинального значения, как для шестерни, так и для колеса отсутствует).

Тогда вычисленные значения  $A_1$  и  $A_2$  следующие, 740475 H и 1157120 H, соответственно. Следовательно, расчет должен проводиться для случая 2, при котором на зуб действует большая сила. Определенные для данного случая по формуле (2) напряжения изгиба равны 74,39 МПа. Как видим, уточненный расчет зубьев дает значительно более низкий уровень напряжений изгиба по сравнению с основным расчетом. Для того, чтобы проверить адекватность описанных выше методик для расчета зубьев крупномодульных и крупногабаритных передач, воспользуемся конечно-элементным расчетом базирующемся на применении пакета MSC/NASTRAN.

Методика задания эвольвентного профиля зуба, основанная на задании его координат при помощи DXF - файлов AutoCADa с последующим импортом NASTRANom, описана в работе [2]. Отметим, что разбиение сечения зуба на отдельные треугольные элементы выполнялось таким образом, чтобы, во-первых, обеспечить более мелкую дискретизацию в переходных зонах у основания зуба, во-вторых, сетка выбиралась таковой, чтобы граничные узлы совпадали с точками приложения силы. На рис. 1 показана КЭ - дискретизация сечения зуба, а также 3 точки приложения сил, которые соответствуют описанным выше стандартным методикам расчета. Точка W находится на делительном цилиндре, точка a соответствует приложению нагрузки к вершине зуба, точка u - верхняя граничная точка для уточненного расчета по случаю 2. Всего КЭ-сетка содержит 23700 призматических шестиузловых элементов и 15000 узлов. Для точек, находящихся на нижней цилиндрической поверхности заданы граничные условия полной заделки.

Проведем КЭ – расчет зуба, прикладывая суммарную силу  $F_w$  в узлах, расположенных на делительном цилиндре. Величина этой силы определяется с учетом коэффициента нагрузки  $K_F$ , определяемого по формуле (4). Направлена данная сила под углом давления  $\alpha_w = 20^o$ . Вычислены окружная и радиальная составляющие данной силы:  $F_{wt} = 524000$  н и  $F_{wt} = 191000$  н, соответственно. Прикладываем узловые силы, равномерно распределенные по поверхностной линии за исключением граничных узлов, что соответствует выполняемым фаскам на краю зубьев.



Рис. 1. КЭ – дискретизация сечения зуба и точки приложения суммарных сил

На рис. 2 показано распределение напряжений  $\sigma_y$  (изгибных) в рассматриваемом зубе при приложении указанной нагрузки. Как и следовало ожидать, максимум растяги-

вающих напряжений находится у основания зуба в переходной зоне. Величина данных напряжений равна 58,5 МПа. Данный уровень напряжений достигается в элементе № 20844 (4 поверхностных узла его показаны на рис. 2), который расположен на расстоянии  $Z_{max} = 101,01$  мм от торца шестерни.



Рис. 2. Напряжения  $\sigma_y$  в деформированном зубе шестерни при действии равномерно распределенной силы, приложенной на делительном цилиндре (показана часть зуба)

Сравнение напряжений  $\sigma_y$ , полученных в результате при помощи МКЭ (58,5 МПа) с результатами расчета при помощи стандартной методики (102,2 МПа) показывают, что стандартная методика дает почти в два раза завышенные напряжения изгиба. Аналогичный расчет при помощи МКЭ был проведен при приложении полной нагрузки к вершине зуба. Такой случай возможен для зубьев крупномодульных передач вследствие неточности их изготовления и сборки, допускаемых при этом значительных отклонений шага зацепления, когда может иметь место однопарный контакт зубьев. При этом к вершине зуба прикладывается равномерно распределенная нагрузка в узлах вершины зуба. Угол давления определяется при этом по следующей формуле

$$\alpha_{a1} = \arccos \frac{d_{b1}}{d_{a1}} \quad , \tag{8}$$

где  $d_{a1}$ ,  $d_{b1}$  диаметры окружности вершин и основной окружности, соответственно. Найденные величины окружной и радиальной составляющие приложенной к вершине зуба силы следующие,  $F_{at} = 485000$  H и  $F_{ar} = 275000$  H, соответственно. В результате расчета по МКЭ были определены напряжения  $\sigma_y$  в основании зуба. Данные напряжения равны 106 МПа. Это говорит о том, что напряжения, определяемые по стандартной методике расчета, более соответствуют такому виду нагружения.

Наконец, был проведен расчет по МКЭ, при котором сила прикладывалась в верхней граничной точке u. Расположение данной точки определялось при помощи диаметра соответствующей цилиндрической поверхности  $d_{u1} = d_{a1} - 2h_{u1}$ , где расстояние до точки u от вершины зуба определялось по формуле

$$h_{u1} = \left(\frac{1}{\cos\alpha_{a1}} - \frac{1}{\cos\alpha_{u1}}\right) \frac{d_{b1}}{2} \quad , \tag{9}$$

где  $\alpha_{u1}$  - угол давления в точке u

$$\alpha_{u1} = \arctan\left(\tan\alpha_w - \frac{Z_2}{Z_1}\left(\tan\alpha_{a2} - \tan\alpha_w\right) + \frac{2\pi}{Z_1}\right) \quad . \tag{10}$$

 $\alpha_{a2}$  - угол давления для вершины зуба колеса определяется по формуле, аналогичной (8).

В результате расчета было определено, что точки *U* и *W* оказались расположенными на расстоянии около 1 мм, поэтому КЭ-сетка не перестраивалась, а все узлы, первоначально построенные таким образом, чтобы они совпадали с точкой *W*, были перемещены в точку *U*. Были определены составляющие суммарной силы, приложенной на цилиндре диаметром  $d_{u1}$ :  $F_{ut} = 522000$  H и  $F_{ur} = 195000$  H. Очевидно, что при незначительном отстоянии точек *U* и *W* соответствующие им углы давления  $\alpha_{u1}$  и  $\alpha_w$  отличаются незначительно, это же относится и к определенным суммарным силам. Поэтому не удивительно, что максимальные напряжения  $\sigma_y$ , определенные при помощи МКЭ для данного вида нагружения и равные 59,9 МПа, отличаются от проведенного ранее расчета для точки *W* незначительно.

Приведенные выше расчеты проводились в предположении, что зубчатые колеса изготовлены и собраны без перекосов, т.е. при коэффициенте  $K_{F\beta} = 1$ , что практически не достижимо при эксплуатации крупномодульных и крупногабаритных передач. При этом вполне возможны значения данного коэффициента равные 2 и даже 4. В первом случае нагрузка прикладывается ко всем точкам соответствующей цилиндрической поверхности профиля зуба, но распределяется по треугольному закону. Во втором случае аналогичная нагрузка приложена только к половине таких точек. Перекосы осей и их влияние на напряженное состояние зубьев рассматривались авторами ранее экспериментально [3] и теоретически [4].

Рассмотрим наиболее тяжелый случай нагружения, когда полная нагрузка при перекосе осей прикладывается к вершине зуба. Величина нагрузки (суммарные составляющие  $F_{at}$  и  $F_{ar}$ ) остается прежней, но узловые силы распределены по линейному закону, например, для узловых сил, действующих в направлении оси X

$$F_{x}(i) = -\frac{F_{at}s}{m-n+s} \left(2k\frac{i-m}{n-m} + 1 - k\right),$$
(11)

где нагрузка прикладывается в узлах с номерами от *n* до *m* с узловым шагом *s*. Коэффициент перекоса соответствующий треугольному закону распределения узловых сил k=1. Данный случай нагружения соответствует коэффициенту неравномерности  $K_{F\beta} = 2$ . На рис. 3 приведено напряженное состояние в зубе шестерни при приложении нагрузки к вершине зуба по треугольному закону по всей длине контактной линии (за исключением фасок). Максимальный уровень напряжений  $\sigma_y = 194$  МПа достигается в конечном элементе, поверхностные узлы которого показаны на рисунке. Указанный элемент отстоит от торца шестерни на расстояние  $Z_{max} = 60,61$  мм.

Аналогичный расчет проводился для приложения сил к вершине зубьев с коэффициентом неравномерности  $K_{F\beta} = 4$ , т.е. треугольное распределение узловых сил на половине длины возможной линии контакта обусловленное значительными перекосами осей. В этом случае максимальный уровень напряжений  $\sigma_v = 356$  МПа достигается в ко-

нечном элементе на расстоянии z = 44,44 мм от торца шестерни. Таким образом, повышение коэффициента неравномерности распределения нагрузки по длине контактной линии вдвое приводит к увеличению предельного уровня напряжений в 1,87 раза, а четырехкратное увеличение  $K_{F\beta}$  увеличивает уровень напряжений в 3,36 раза. При этом расположение зоны максимального напряженного состояния смещается ближе к торцу шестерни.



Рис. 3. Напряжения  $\sigma_y$  в деформированном зубе шестерни при действии нагрузки, приложенной к вершине и распределенной по треугольному закону по всей длине контактной линии (показана более нагруженная половина зуба)

Аналогичные расчеты при коэффициентах неравномерности  $K_{F\beta} = 2$  и 4 были проведены для приложения нагрузки по контактным линиям *и* и *w*. И в данных случаях перекосы осей приводят к возрастанию напряжений  $\sigma_y$  в 1,82 и 3,37 раза, соответственно. При этом влияние неравномерности приложения нагрузки на расположение экстремальных зон проявляется более явно. На рис. 4 представлены графики зависимости параметра  $Z_m = \frac{Z_{\text{max}}}{b}$ , характеризующего относительное расположение зоны максимальных напряжений  $\sigma_y$  от коэффициента неравномерности  $K_{F\beta}$  для различных линий приложения нагрузки. Из приведенных графиков видно, что чем ближе находится линия приложения нагрузки к основанию зуба, тем его напряженное состояние более соответствует неравномерности приложенной нагрузки.

Таким образом, проведенные при помощи пакета MSC/NASTRAN исследования напряженного состояния зубьев показывают, что при проектировании крупногабаритных и крупномодульных передач не достаточно проводить расчеты с использованием стандартных методик. Необходимо учитывать реальные перекосы осей и неточности изготовления самих зубчатых колес. Определенные при этом максимальные напряжения изгиба зубьев, которые также лежат в основе расчета зубьев на усталость при изгибе, могут в несколько раз превышать получаемые по стандартным методикам.





для различных мест приложения нагрузки (линия *a* - к вершине зуба, линия *u* - в точках на верхнем граничном цилиндре)

## Литература

- 1. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. Расчет на прочность. ГОСТ 21354-87. М.: Изд-во стандартов, 1988.
- Сладковский А.В., Мушенков Ю.А., Сладковский Ю.А. Исследование прочности корригированных зубьев эвольвентных передач с использованием MSC/NASTRAN for Windows / Опыт применения передовых компьютерных технологий инженерного анализа фирмы MSC.Software на предприятиях России, Белоруссии, Украины. Вторая Российская конференция пользователей MSC. – М.: Постоянное представительство MSC.Software Corporation в СНГ, 1999.
- 3. Виноградов Б.В. Концентрация напряжений в зубчатом зацеплении открытых пар рудоразмольных мельниц // Известия ВУЗов. Горный журнал. – 1978. - №12.
- 4. Виноградов Б.В., Прокопов Д.Л., Сладковский А.В. О распределении нагрузки по ширине зуба открытой передачи барабанной мельницы // Гірнича електромеханіка та автоматика. Науково – технічний збірник. – Днепропетровск: НГУА,1999. №2 (61).