

ВСЕСОЮЗНЫЙ  
НАУЧНО-ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ  
ЖУРНАЛ

ТРЕНИЕ И ИЗНОС

Т И

\*

ЯНВАРЬ—ФЕВРАЛЬ

ТОМ VII

1

ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК

МИНСК  
«НАУКА И ТЕХНИКА»  
1986

УДК 531.781:539.319:621.891

В. В. ПЕТРОВ, А. В. СЛАДКОВСКИЙ

**ЭФФЕКТ МИКРОСКОЛЬЖЕНИЯ  
ПРИ КАЧЕНИИ УПРУГИХ РАЗНОМОДУЛЬНЫХ ЦИЛИНДРОВ**

Эффект микроскольжения, т. е. образования на контактной площадке зон сцепления и относительного проскальзывания,— один из существенных факторов, влияющих на контактную прочность, износ и трение качения колес. Основным вопросом исследования микроскольжения при перекатывании цилиндрических тел является определение количества и расположения на контактной площадке зон сцепления и проскальзывания. Для качения упругих цилиндров из одинаковых материалов этот вопрос изучался подробно, и рядом авторов получены удовлетворительные теоретические решения, основанные на применении двухзонной гипотезы микроскольжения Картера—Фромма. В работе [1] получены экспериментальные результаты, подтверждающие справедливость решения Н. И. Глаголева [2].

Вопрос о количестве зон при стационарном качении упругих разномодульных цилиндров разработан значительно слабее. Это обусловлено сложностью математической постановки задачи для контакта разнородных тел. В работе [3] при помощи методов теории функций комплексного переменного получено решение, в основу которого положена двухзонная гипотеза микроскольжения Картера—Фромма. Однако применение этой гипотезы в случае цилиндров с различными упругими постоянными не было обосновано.

В работе [4] получено приближенное решение задачи, которая сводилась к системе интегральных сингулярных уравнений. В результате определено, что для качения разномодульных цилиндров возможно существование пяти зон микроскольжения: трех зон проскальзывания, разделенных двумя зонами сцепления. Однако вопрос о количестве зон микроскольжения при качении разномодульных цилиндров остается спорным, так как в той же работе [4] говорится о возможности существования двух и трех зон микроскольжения. Остановимся подробнее на доказательстве возможности существования пяти зон в работе [4].

Рассмотрим предельный случай полного проскальзывания в области контакта при ничтожно малом коэффициенте трения ( $f \rightarrow 0$ ). В этом случае

$$\lim_{f \rightarrow 0} \max_{-b \leq x \leq b} |q(x)| = 0 \quad (1)$$

и распределение нормальных напряжений  $p(X)$  совпадает с распределением Герца

$$p(X) = -\frac{4\bar{p}}{\pi} \sqrt{1-X^2}. \quad (2)$$

Запишем выражение для безразмерных тангенциальных перемещений  $U$  в контактной области под действием поверхностных напряжений  $p(X)$  и  $q(X)$  на отрезке  $[-1, 1]$ :

$$U_1 = \frac{(1+v_1)(1-2v_1)}{2E_1} \int_{-1}^{+1} \operatorname{sign}(X-X') p(X') dX' + \\ + \frac{2(1-v_1)}{\pi E_1} \int_{-1}^{+1} q(X') \ln \left| \frac{X_1 - X'}{X'} \right| dX'. \quad (3)$$

Дифференцируя выражение (3) по  $X$  с учетом (1) и (2), получим

$$\frac{\partial U_1}{\partial X} = -\frac{4p}{\pi} \frac{(1+v_1)(1-2v_1)}{E_1} \sqrt{1-X^2}. \quad (4)$$

В зонах сцепления при качении используется соотношение

$$\frac{\partial U_1}{\partial X} - \frac{\partial U_2}{\partial X} = s = \text{const.} \quad (5)$$

Преобразуя это соотношение с учетом (4), запишем

$$\frac{kb}{2R} \sqrt{1-X^2} = s, \quad (6)$$

где

$$k = \frac{E_1(1+v_2)(1-2v_2) - E_2(1+v_1)(1-2v_1)}{E_1(1-v_2^2) + E_2(1-v_1^2)}, \quad (7)$$

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

Далее в работе [4] анализируется «свободное» качение, которое определяется как качение с нулевым тяговым усилием  $T$ :

$$T = -b \int_{-1}^{+1} q(X) dX = 0. \quad (8)$$

Однако с учетом соотношения (1) уравнение (8) является тождеством, и определить точки раздела зон микроскольжения из данного уравнения, как это сделано в работе [4], невозможно. В таком анализе ошибочным является подход к соотношению (1). Если анализируется выражение (8), нельзя пренебрегать интегралом от  $q(X')$  в соотношении (3). Тогда формулы для  $\partial U_i / \partial X$  имеют более сложный вид и выражаются через неизвестную функцию  $q(X)$ , для нахождения которой должна быть поставлена дополнительная задача. Следствием данного ошибочного анализа было утверждение о возможности существования пяти зон микроскольжения, причем зоны проскальзывания разделялись точечными зонами сцепления. В этих зонах касательные напряжения имели разрыв первого рода, что противоречит физической постановке задачи.

Математическая постановка задачи и численная ее реализация в работе [4] имеют также ряд неточностей. В частности, неправомерноведен эксцентрикситет контакта  $e$  (смещение линии центров колес относительно центра контактной зоны), так как рассматриваемая задача сводится к контактированию двух бесконечных полуплоскостей. В итоге по-

лучается система интегральных уравнений типа Фредгольма I рода, имеющая как сингулярные, так и обычные ядра.

Авторами был проведен численный расчет на основе формул работы [4], в результате которого определено, что решение системы неустойчиво, зависит от выбора границ зон, на которых задаются дополнительные уравнения. Таким образом, из проведенного анализа можно сделать вывод о том, что нет оснований считать доказанной справедливость пятизонной гипотезы. Вопрос о количестве зон микроскольжения для стационарного качения разномодульных цилиндров может быть разрешен только экспериментальным путем, так как доказательства, подобные данным в работе [4], зависят от выбора расчетной схемы и точности математической постановки, которые для поставленной задачи могут быть лишь первым приближением.

Для случая качения упругих разномодульных цилиндров авторами продолжены экспериментальные исследования работы [1]. Замечено, что наклеенный на цилиндрическую поверхность колеса из низкомодульного материала (например, резина) тензорезистор при прокатывании не разрушается, если деформации поверхности не превышают 1%. При этом стало возможным замерять деформации датчика, тензочувствительный элемент которого расположен в направлении качения, и по их распределению судить о микроскольжении. Такая методика не учитывала побочных факторов: влияния действующих на датчики нормальных к поверхности колеса напряжений, в результате чего к истинным деформациям растяжения—сжатия датчика добавляется фиктивная составляющая от суммирования деформаций, связанных с его раздавливанием (эта составляющая названа деформациями «смятия»), а также влияния эффекта армирования поверхности колеса датчиком. Армирование возникает в тензометрических исследованиях деформаций поверхности низкомодульного материала и связано с превышением жесткостью датчика жесткости материала. При этом датчик показывает заниженные результаты.

Таким образом, предложенная методика состоит в измерении деформаций непосредственно на контактной поверхности тензорезистором, чувствительный элемент которого располагается в направлении качения с учетом дополнительных деформаций смятия и армирования поверхности колеса датчиком.

Малобазовые фольговые тензорезисторы типа 2ФКПА-1-50 и КФ-4-1 (база 1 мм) устанавливались на гуммированные колеса большого диаметра (до 500 мм). Методика тензометрических измерений аналогична приведенной в работе [1]. При прокатывании колесной пары полистирол—резина два тензорезистора с примерно равным сопротивлением (из одной партии) наклеивались на обрезиненное колесо и на жесткое из полистирола ( $E_{\text{пол}} \gg E_{\text{рез}}$ ). Датчик на гуммированном колесе измерял суммарную деформацию, а на жестком — чистую деформацию смятия, так как деформации растяжения — сжатия поверхности жесткого колеса исключены. Определено, что деформации смятия распределены по параболическому закону в соответствии с нормальными напряжениями и в наших условиях составляли 6% суммарных. Искомые деформации поверхности гуммированного колеса получались как разность показаний датчика на гуммированном колесе и деформаций смятия.

Для определения границ зоны контакта применялась уточненная методика. На жесткое колесо натягивался медный провод Ø 0,14 мм по окружности, и через переменный резистор (магазин сопротивлений) он подключался к источнику питания (УИП-2). На контактную поверхность упругого колеса на уровне тензочувствительного элемента датчика

приклеивался электрод, который был соединен с входом  $Y$  самописца параллельно с основной тензоизмерительной схемой. Второй контакт входа  $Y$  также подключался к свободному контакту источника. Электрод приклеивался таким образом, что при качении колес в момент входа датчика в контактную зону происходил контакт электрода с проводом и вспомогательная схема датчика границ контакта замыкалась. На координату  $Y$  самописца подавался дополнительный постоянный малый потенциал, при этом на кривой распределения деформаций фиксировался

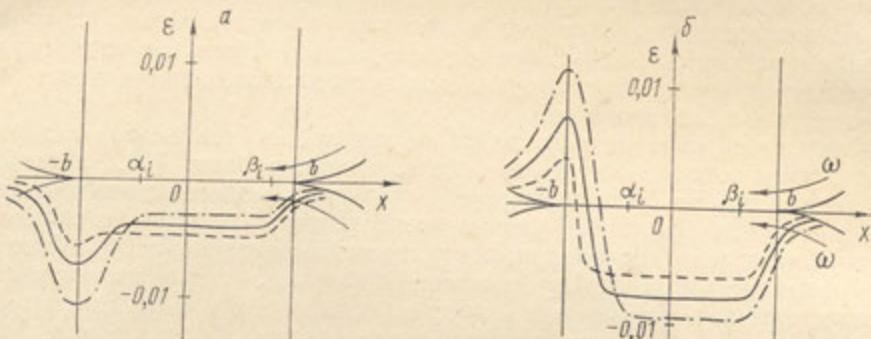


Рис. 1. Экспериментальные кривые  $\varepsilon_{90^\circ}(x)$  при  $P=\text{const}$ : *a* — ведомое колесо; *б* — ведущее. Штрихпунктирная кривая —  $M_1$ ; сплошная —  $M_2$ ; штриховая  $M_3$  ( $M_1 > M_2 > M_3$ )

скакок, величина которого регулировалась магазином сопротивлений. При выходе датчика из контакта вспомогательная схема размыкалась и на кривой образовывался скакок в обратном направлении.

Применение методики [1] с учетом величины деформаций смятия и эффекта армирования [5], а также уточненное определение границ контактной области позволили исследовать явление микроскольжения при качении упругого колеса по жесткому. Тензоизмерения проводились на лабораторном комплексе, основным элементом которого стала установка [6], позволившая моделировать различные режимы стационарного качения. Применились цилиндрические образцы, гуммированные резиной, которую в пределах по напряжениям до  $2 \text{ кг}/\text{см}^2$  можно считать линейноупругой с модулем упругости  $E = 94,4 \text{ кг}/\text{см}^2$ . Коэффициент Пуассона для данной резины равен 0,48.

На рис. 1, *a* приведены распределения поверхностных деформаций  $\varepsilon_{90^\circ}(x)$  для качения цилиндров из разномодульных материалов (фрикционная пара резина—полистирол). Верхнее гуммированное колесо является ведомым. Участки сцепления определяются по условию  $\varepsilon_{90^\circ}(x) = \text{const}$ , так как точки гуммированного колеса сцеплены с жесткой недеформируемой поверхностью. Прямолинейный участок ( $\alpha, \beta$ ) соответствует

зоне сцепления, которая находится в центре контактной области. Участок скольжения на выходе из контакта ( $-b, \alpha$ ) сильно зависит от величины приложенного тягового момента  $M$ , причем как по размерам,

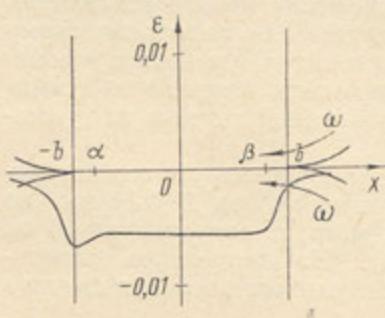


Рис. 2. Распределение деформаций  $\varepsilon_{90^\circ}(x)$  для свободного качения колес

так и по величине деформаций. Минимум деформационных кривых достигается в точке  $x = -b$ . С ростом  $M$  зона  $(-b, \alpha)$  увеличивается в основном за счет участка сцепления, величина  $|\varepsilon_{90^\circ}(-b)|$  возрастает. Относительные перемещения точек контактной поверхности направлены влево. Зона проскальзывания  $(\beta, b)$ , примыкающая к переднему краю контакта, при увеличении  $M$  незначительно уменьшается.

На рис. 1, б представлены аналогичные кривые для ведущего колеса. Наблюдается также трехзонное распределение: одна зона сцепления  $(\alpha, \beta)$  в центре контакта и две зоны проскальзывания в одном направлении (влево) —  $(-b, \alpha)$  и  $(\beta, b)$ . В точке  $x = -b$  достигается максимум, увеличивающийся с ростом тягового момента  $M$ . При этом зона проскальзывания  $(-b, \alpha)$  растет быстрее, чем зона  $(\beta, b)$ .

Для свободного качения фрикционной пары полистирол—резина распределение поверхностных деформаций  $\varepsilon_{90^\circ}(x)$  представлено на рис. 2. Имеем симметричную картину распределения зон микроскольжения (зона сцепления в центре, две зоны проскальзывания в противоположных направлениях по краям).

Таким образом, основные результаты исследований заключаются в следующем. Справедливость пятизонной гипотезы [4] микроскольжения для качения разномодульных цилиндров нельзя считать доказанной. В частном случае качения упругого колеса по жесткому возможно существование трех зон микроскольжения или в момент перемены знака проскальзывания в зоне  $(-b, \alpha)$  двух зон. В результате проведенных экспериментальных исследований определена зависимость распределения зон от величины тягового момента. Подтверждена эффективность новой экспериментальной методики при изучении явления микроскольжения на контактных поверхностях.

### Обозначения

$x$  — координата точки в области контакта;  $b$  — полуширина контакта;  $X$  — бесразмерная координата;  $E_i$  — модуль упругости первого рода  $i$ -колеса;  $v_i$  — коэффициент Пуассона;  $\bar{p}$  — среднее давление;  $p(X), q(X)$  — нормальные и касательные контактные напряжения;  $f$  — коэффициент трения;  $U_i$  — бесразмерные тангенциальные перемещения;  $R_i$  — радиус колеса;  $s$  — константа проскальзывания;  $k$  — характеристическая константа упругого контакта качения;  $T$  — тяговое усилие;  $\varepsilon_{90^\circ}(x)$  — деформации тензодатчика, расположенного на контактной поверхности под углом  $90^\circ$  к радиусу колеса;  $\alpha, \beta$  — границы зон микроскольжения;  $M$  — тяговый момент;  $P$  — сжимающее усилие.

### Nomenclature

$x$  — coordinate of contact point;  $b$  — halfwidth of contact;  $X$  — dimensionless coordinate;  $E_i$  — elasticity modulus of the 1-st kind of the  $i$ -th wheel;  $v_i$  — Poisson's ratio;  $\bar{p}$  — average pressure;  $p(X), q(X)$  — normal and shear contact stresses;  $f$  — friction coefficient;  $U_i$  — dimensionless shear displacements;  $R_i$  — radius of the wheel;  $s$  — slippage constant;  $k$  — characteristic constant of the elastic rolling contact;  $T$  — traction force;  $\varepsilon_{90^\circ}(x)$  — deformation of the strain gauge placed in the contact at the angle to the wheel radius equal  $90^\circ$ ;  $\alpha, \beta$  — boundaries of microscopic slippage zones;  $M$  — traction torque;  $P$  — compressing load.

### Figure Captions

Fig. 1. Test curves  $\varepsilon_{90^\circ}(x)$  obtained at  $P=\text{const}$ :  $a$  — driven wheel;  $b$  — driving wheel. Dash-and-dotted line —  $M_1$ ; solid line —  $M_2$ ; dashed line —  $M_3$  ( $M_1 > M_2 > M_3$ ).  
Fig. 2. Distribution of deformations  $\varepsilon_{90^\circ}(x)$  obtained in free rolling of the wheels.

### Summary

The effect of microslip was studied in rolling of the elastic cylindrical bodies and the five-zone microslip theory developed by R. H. Bentall and K. L. Johnson was criticized. The distribution of microslip zones has been found by a new tensometric method in the case of elastic and rigid rollers.

### Литература

1. Мессаковский В. И., Петров В. В., Сладковский А. В. Определение зон микротекущения при стационарном качении цилиндров.—В кн.: Гидроаэромеханика и теория упругости. Днепропетровск: ДГУ, 1981, вып. 28, с. 35—45.
2. Глаголев Н. И. Трение и износ при качении цилиндрических тел.—Инженерный журнал АН СССР, 1964, т. 4, вып. 4, с. 659—672.
3. Мессаковский В. И., Мишишин И. И. Качение упругих тел.—Прикл. мат. и мех., 1967, т. 31, вып. 5, с. 870—876.
4. Bentall R. H., Johnson K. L. Slip in the Rolling Contact of Two Dissimilar Elastic Rollers.—Int. J. Mech. Sci., 1967, vol. 9, N 2, p. 389—404.
5. Петров В. В., Сладковский А. В. Тензометрия конструкций из низкомодульных материалов.—В кн.: Методы и средства тензометрии и их применение в народном хозяйстве: Тез. докл. VIII Всесоюз. конф. Москва—Свердловск, 1983, с. 308—309.
6. А. с. 991253 (СССР). Устройство для исследования трения цилиндрических образцов / В. И. Мессаковский, В. В. Петров, А. В. Сладковский.—Опубл. в Б. И., 1983, № 3.

*Днепропетровский государственный университет  
им. 300-летия воссоединения Украины с Россией*

08.02.85.